POLİNOM

x bir değişken, n bir doğal sayı ve $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ birer reel sayı olmak üzere

$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x^1 + a_0$

ifadesine x değişkenine bağlı **reel katsayılı polinom** denir.

☺ Katsayılar reel sayı ve dereceler doğal sayı ise verilen ifade bir polinom belirtir.

1) Aşağıdakilerden hangileri bir polinom belirtir?

- $A(x) = 3x^3 - 4x - 5$ ✓
- $B(x) = \frac{5}{x}$
- $C(x) = \frac{3x+1}{x}$
- $D(x) = \sqrt{3}x^2 - 3x + 5$ ✓
- $E(x) = 7$ ✓
- $F(x) = \sqrt{-4}x^2 - 3x + 7$
- $G(x) = \sqrt[3]{x^2} - 3x^3 + 2x - 1$
- $H(x) = 3\sqrt{x} - 4x + 1$

Polinomla ilgili temel kavramlar:

$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \cdots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$

polinomunda

☺ $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ ın her birine **polinomun terimlerinin katsayıları**

☺ $a_n \cdot x^n, a_{n-1} \cdot x^{n-1}, \ldots, a_2 \cdot x^2, a_1 \cdot x, a_0$ ifadelerine **polinomun terimleri**

☺ Derecesi en büyük olan terimin derecesine **polinomun derecesi** denir ve $der[P(x)]$ ya da $d(P(x))$ ile ifade edilir.

☺ Derecesi en büyük olan terimin katsayısına **polinomun baş katsayısı** denir.

☺ Değişkene bağlı olmayan terim olan a_0 sayısına **polinomun sabit terimi** denir.

- $P(x) = 5 \cdot x^4 - 3x^2 + 7x - 2$ ifadesinde

katsayılar: 5, 0, −3, 7, −2

terimleri: $5x^4, 0 \cdot x^3, -3x^2, 7x, -2$

derecesi: $der[P(x)] = 4$

baş katsayısı: 5

sabit terimi: −2

2) P(x) bir polinom olduğuna göre

$P(x) = 6x^{\frac{n}{3}} + 2x^{\frac{18}{n}} - 4x + 7$ polinomunun derecesi en fazla kaçtır?

$\frac{n}{3} \in N$ ve $\frac{18}{n} \in N$

$\hookrightarrow$ ~~1~~, ~~2~~, 3, 6, 9, 18

n = 3 için $P(x) = 6x + 2x^6 - 4x + 7$
n = 6 için $P(x) = 6x^2 + 2x^3 - 4x + 7$
n = 9 için $P(x) = 6x^3 + 2x^2 - 4x + 7$
n = 18 için $P(x) = 6x^6 + 2x - 4x + 7$

} **en fazla 6 olabilir.**

3) $P(x) = x^{-3+n} + 4x^{\frac{35}{n+1}} - 2x + 1$ ifadesi bir polinom belirttiğine göre n nin alabileceği değerler nelerdir?

$-3+n \in N$ ve $\frac{35}{n+1} \in N$

$n+1$ ↓: ~~0~~, 4, 6, 34 → {4, 6, 34}

4) $P(x) = x^{m+5} + x^{8-m} - 3x^m + 5$ ifadesi bir polinom ise m kaç tane değer alır?

$m+5 \in N \Rightarrow m \geq -5$

$8-m \in N \Rightarrow m \leq 8$

$-5 \leq m \leq 8$

$\hookrightarrow$ {~~−5~~, ~~−4~~, ~~−3~~, ~~−2~~, ~~−1~~, 0, 1, 2, ..., 8}

$m \in N$ olduğundan 9 tane değeri vardır.

$der[P(x)] = m$

$der[Q(x)] = n$ olsun. $(m > n)$

$der[P(x).Q(x)] = der[x^m . x^n] = der[x^{m+n}] = m+n$

$der[P^2(x).Q(x)] = der[x^{2m}.x^n] = 2m+n$

$der\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = der\left[\frac{x^m}{x^n}\right] = der[x^{m-n}] = m-n$

$der\left[\frac{P^2(x^3)}{Q(x^4)}\right] = der\left[\frac{x^{6m}}{x^{4n}}\right] = 6m-4n$

$der[P(x) \pm Q(x)] = m$ (toplama ve çıkarmada derecesi büyük olan alınır.)

5) $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom olmak üzere

$d\left[\frac{P^3(x)}{Q(x)}\right] = 13$ ve $d[P(x^2).Q^3(x)] = 16$

olduğuna göre $der[P(x) - Q(x)]$ nedir?

$der(P(x)) = m$

$der(Q(x)) = n$

$3 /\ 3m - n = 13$

$2m + 3n = 16$

$9m - 3n = 39$

$2m + 3n = 16$

$+$

$11m = 55 \Rightarrow m = 5$, $n = 2$

$der[P(x) - Q(x)] = der[x^5 - x^2]$

$\Rightarrow 5$

6) $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom olmak üzere

$der\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = 2$ ve $der[P(x).Q(x)] = 12$

olduğuna göre $der[P^2(x).Q^3(x^2)]$ nedir?

$der(P(x)) = m$

$der(Q(x)) = n$ olsun.

$m - n = 2$

$m + n = 12$

$+$

$2m = 14$

$m = 7$, $n = 5$ $\Big\}$ $der[P^2(x).Q^3(x^2)] = 2m + 6n = 14 + 30 = 44$

Sabit polinom:

$P(x) = a_n.x^n + a_{n-1}.x^{n-1} + \dots + a_2.x^2 + a_1.x + a_0$

polinomunda $a_n = a_{n-1} = \dots = a_2 = a_1 = 0$

ise $P(x)$ polinomu sabit polinomdur.

$P(x) = 12$

$P(x) = 3$

Sabit polinomun derecesi sıfırdır.

7) $P(x) = (2m+1).x^{m-4}$ polinomu sabit polinom olduğuna göre $P(5)$ nedir?

$m - 4 = 0 \Rightarrow m = 4$

$P(x) = 9.x^0 \Rightarrow P(x) = 9$

$P(5) = 9$

Sıfır polinomu:

$P(x) = a_n.x^n + a_{n-1}.x^{n-1} + \dots + a_2.x^2 + a_1.x + a_0$

polinomunda $a_n = a_{n-1} = \dots = a_2 = a_1 = a_0 = 0$ oluyorsa $P(x)$ polinomu sıfır polinom adını alır.

Sıfır polinomun derecesi belirsizdir.

8) $P(x) = (2m - 8).x^{m-7}$ polinomu sıfır polinom olduğuna göre m nedir?

$2m - 8 = 0 \Rightarrow m = 4$

$P(x,y)$ biçimindeki polinomlar iki değişkenli, $P(x,y,z)$ biçimindeki polinomlar üç değişkenli polinomlardır. Bu biçimdeki polinomların derecesi değişkenlerin üslerinin toplamından en büyük olanıdır.

9) $P(x,y) = 4x^5y - 3x^4y^3 + x^3y^5 - 3xy + 4$ polinomunun derecesi nedir?

.değişkenlerin üsleri toplanırsa

$P(x,y) = 4x^5y - 3x^4y^3 + x^3y^5 - 3xy + 4$

$5+1=6$ $\quad 4+3=7$ $\quad 5+3=8$ $\quad 1+1=2$

En büyük olanı 8 dir.

☺ $P(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$ polinomu sabit polinom ise $\dfrac{a}{d}=\dfrac{b}{e}=\dfrac{c}{f}$ dir.

10) $P(x)=\dfrac{ax^2-3x+4}{2x^2+bx-1}$ polinomu sabit polinom olduğuna göre a+b nedir?

$\dfrac{a}{2}=\dfrac{-3}{b}=\dfrac{4}{-1}$

$\Rightarrow b=\dfrac{3}{4}$ ve $a=-8$.

$-8+\dfrac{3}{4}=\dfrac{-29}{4}$

Polinomlarda eşitlik: Dereceleri aynı ve aynı dereceden terimlerin katsayıları eşit olan polinomlara **eşit polinom** denir.

$P(x)=a_n.x^n+a_{n-1}.x^{n-1}+\dots+a_2.x^2+a_1.x+a_0$
$Q(x)=b_n.x^n+b_{n-1}.x^{n-1}+\dots+b_2.x^2+b_1.x+b_0$
polinomları için

$P(x)=Q(x)$ ise
$a_n=b_n$
$a_{n-1}=b_{n-1}$
$\vdots$
$a_2=b_2$
$a_1=b_1$
$a_0=b_0$

- Olmayan derecelerin katsayıları sıfıra eşittir.

11) $P(x)=4x^3+(b+2)x^2-2x+5$
$Q(x)=(a-1)x^3+4x^2+(c-4)x+d+3$ polinomları için $P(x)=Q(x)$ ise a+b+c+d toplamı nedir?

$a-1=4 \Rightarrow a=5$
$b+2=4 \Rightarrow b=2$
$c-4=-2 \Rightarrow c=2$
$d+3=5 \Rightarrow d=2$
} $a+b+c+d=11$

12) $P(x)=(a+3)x^3-5x^2+b+2$
$Q(x)=4x^3+(c-1)x^2+(d-5)x+7$
polinomları için $P(x)=Q(x)$ ise a+b+c+d toplamı nedir?

$a+3=4 \Rightarrow a=1$
$c-1=-5 \Rightarrow c=-4$
$d-5=0 \Rightarrow d=5$
$b+2=7 \Rightarrow b=5$
} $a+b+c+d=7$

13) Her x gerçel sayısı için
$2x-4=ax.(x-1)+bx.(x+1)+c(x^2-1)$ olduğuna göre a.b.c nedir?

$2x-4=ax^2-ax+bx^2+bx+cx^2-c$

$2x-4=\underbrace{(a+b+c)}_{0}x^2+\underbrace{(-a+b)}_{2}.x-\underbrace{c}_{4}$

$a+b+c=0 \Rightarrow a+b=-4$
$c=4$
$-a+b=2$
+
$2b=-2$
$b=-1$
$a=-3$

$a.b.c=-3.-1.4=12$

14) $\dfrac{10x-5}{x^2-4x-5}=\dfrac{A}{x-5}+\dfrac{B}{x+1}$ olduğuna göre A−B nedir?

$10x-5=A.(x+1)+B.(x-5)$

$10x-5=Ax+A+Bx-5B$

$10x-5=(A+B).x+A-5B$

$-/\ A+B=10$
$A-5B=-5$
+
$-6B=-15 \Rightarrow B=\dfrac{5}{2}$ ve $A=10-B$
$=10-\dfrac{5}{2}=\dfrac{15}{2}$

$A-B=\dfrac{15}{2}-\dfrac{5}{2}=\dfrac{10}{2}=5$

• Polinomlarda katsayılar toplamı :

$P(x)$ polinomunda katsayılar toplamı bulunurken $x=1$ yazılır.

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı : $P(1)$

$P(x+3)$ polinomunun katsayılar toplamı : $P(4)$

$P(3x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı : $P(2)$

15) $P(x) = 4x^3 - 3x + 4$ polinomu veriliyor. Buna göre $P(x+1)$ polinomunun katsayılar toplamı nedir?

$P(x+1)$ pol. katsayılar toplamı : $P(2)$

$P(x) = 4x^3 - 3x + 4$
↓
2

$P(2) = 32 - 6 + 4 = 30$

16) $P(x+1) = 3x^2 - ax + 4$ polinomu veriliyor. $P(x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı 15 olduğuna göre a nedir?

$P(x-1)$ pol. katsayılar toplamı : $P(0) = 15$

$P(x+1) = 3x^2 - ax + 4$
↓
-1

$P(0) = 3 + a + 4 = 15 \Rightarrow a = 8$

17) $P(x+3) = 3x^2 - x + m - 1$ polinomu veriliyor. $P(x+2)$ polinomunun katsayılar toplamı 5 olduğuna göre $P(2x+3)$ polinomunun katsayılar toplamı nedir?

$P(x+2)$ pol. katsayılar toplamı : $P(3) = 5$

$P(x+3) = 3x^2 - x + m - 1$
↓
0

$\Rightarrow P(3) = m - 1 = 5 \Rightarrow m = 6$

$P(x+3) = 3x^2 - x + 5$ ($P(2x+3)$ pol. kat. top : $P(5)$)
↓
2

$P(5) = 12 - 2 + 5 = 15$

Çift dereceli terimlerin katsayılar toplamı $= \dfrac{P(1)+P(-1)}{2}$

Tek dereceli terimlerin katsayılar toplamı $= \dfrac{P(1)-P(-1)}{2}$

18) $(1-x+x^2)^{10} = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_{20} \cdot x^{20}$ olduğuna göre çift indisli katsayıların toplamı olan $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20}$ nedir?

$\dfrac{P(1)+P(-1)}{2}$

$P(1) = (1-1+1^2)^{10} = 1$

$P(-1) = (1+1+1)^{10} = 3^{10}$

$\Big\} = \dfrac{1+3^{10}}{2}$

• Polinomlarda sabit terimin bulunması :

$P(x)$ polinomunun sabit terimi bulunurken $x=0$ yazılır.

$P(x)$ polinomunun sabit terimi : $P(0)$

$P(x+4)$ polinomunun sabit terimi : $P(4)$

$P(2x-3)$ polinomunun sabit terimi : $P(-3)$

19) $P(2x-1) = 3x^2 - 2x + 1$ polinomu veriliyor. Buna göre $P(x+7)$ polinomunun sabit terimi nedir?

$P(x+7)$ polinomunun sabit terimi : $P(7)$

$P(\underbrace{2x-1}_{7}) = 3x^2 - 2x + 1$

$2x - 1 = 7$

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$ yazılmalıdır.

$P(7) = 48 - 8 + 1$

$\Rightarrow P(7) = 41$

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

20) $\mathcal{Q}(x-2) = x^3 - 5x + a$ çok terimlisi veriliyor. $\mathcal{Q}(x)$ çok terimlisinin sabit terimi 7 olduğuna göre $\mathcal{Q}(x)$ çok terimlisinin katsayılar toplamı nedir?

$\mathcal{Q}(0) = 7$

$\mathcal{Q}(1) = ?$

$\mathcal{Q}(x-2) = x^3 - 5x + a$ ($x \to 2$) $\Rightarrow \mathcal{Q}(0) = 8 - 10 + a$

$-2 + a = 7$

$a = 9$

$\mathcal{Q}(x-2) = x^3 - 5x + 9$ ($x \to 3$) $\Rightarrow \mathcal{Q}(1) = 27 - 15 + 9 = 12 + 9 = 21$

21) $P(x)$ ve $\mathcal{Q}(x)$ polinomları için

$P(x+2) = (x^3 - 2x - 3) \cdot \mathcal{Q}(x) + x^2 + x + 1$ bağıntısı sağlanmaktadır. $\mathcal{Q}(x)$ in sabit terimi 5 olduğuna göre $P(x+1)$ polinomunun katsayılar toplamı nedir?

$\mathcal{Q}(0) = 5$

$P(2) = ?$

$x = 0$ için $P(2) = (-3) \cdot \underbrace{\mathcal{Q}(0)}_{5} + 1 \Rightarrow P(2) = -14$

22) $\dfrac{P(2x+4)}{\mathcal{Q}(x-1)} = x^2 - 2x + 5$ polinomu veriliyor.

$P(x+8)$ polinomunun sabit terimi 15 olduğuna göre $\mathcal{Q}(x+1)$ polinomunun sabit terimi nedir?

$P(8) = 15$

$\mathcal{Q}(1) = ?$

$x = 2$ için $\dfrac{P(8)}{\mathcal{Q}(1)} = 4 - 4 + 5$

$\dfrac{15}{\mathcal{Q}(1)} = 5 \Rightarrow 5 \cdot \mathcal{Q}(1) = 15$

$\mathcal{Q}(1) = 3$

POLİNOMLARDA DÖRT İŞLEM

• **Toplama ve Çıkarma:** Aynı dereceli terimler toplanabilir ya da çıkarılabilir.

23) $P(x) = x^3 - 3x + 1$

$\mathcal{Q}(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 7$ polinomları veriliyor.

a) $P(x) + \mathcal{Q}(x)$ toplamı nedir?

$P(x) + \mathcal{Q}(x) = 4x^3 - 2x^2 + 2x - 6$

b) $P(x) - \mathcal{Q}(x)$ nedir?

$(x^3 - 3x + 1) - (3x^3 - 2x^2 + 5x - 7)$

$= x^3 - 3x + 1 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 7$

$= -2x^3 + 2x^2 - 8x + 8$

c) $2P(x) - 3\mathcal{Q}(x)$ nedir?

$2 \cdot (x^3 - 3x + 1) - 3 \cdot (3x^3 - 2x^2 + 5x - 7)$

$= 2x^3 - 6x + 2 - 9x^3 + 6x^2 - 15x + 21$

$= -7x^3 + 6x^2 - 21x + 23$

24) $P(x+1) + P(x+3) = 2x + 10$ olduğuna göre $P(5)$ nedir?

☺ Aynı dereceden iki polinomun toplamı yine 1. dereceden ise bu polinomlar birinci derecedendir.

$P(x) = ax + b$

$P(x+1) = a \cdot (x+1) + b = ax + a + b$

$P(x+3) = a \cdot (x+3) + b = ax + 3a + b$

$ax + a + b + ax + 3a + b = 2x + 10$

$2ax + 4a + 2b = 2x + 10$

$2a = 2 \Rightarrow a = 1$

$4a + 2b = 10 \Rightarrow 2b = 6 \Rightarrow b = 3$

$P(x) = x + 3$ ($x \to 5$)

$P(5) = 8$

25) $P(x-1)+P(x+1)=4x^2-2x+10$ olduğuna göre P(x) polinomu nedir?

☺ Aynı dereceden iki polinomun toplamı 2. dereceden ise polinom ikinci dereceden bir polinomdur.

$P(x)=ax^2+bx+c$

$P(x-1)=a\cdot(x-1)^2+b\cdot(x-1)+c$
$=a\cdot(x^2-2x+1)+b\cdot(x-1)+c$
$=ax^2-2ax+a+bx-b+c$

$P(x+1)=a\cdot(x+1)^2+b\cdot(x+1)+c$
$=a\cdot(x^2+2x+1)+b\cdot(x+1)+c$
$=ax^2+2ax+a+bx+b+c$

$2ax^2+2bx+2a+2c=4x^2-2x+10$

$a=2$
$b=-1$

$2\underset{\substack{\downarrow\\ 2}}{a}+2c=10 \Rightarrow 2c=6 \Rightarrow c=3$

$P(x)=2x^2-x+3$

• **Polinomlarda çarpma:** Dağılma özelliği kullanılır.

26) $(x^4-3x^2-5x^3-4x+1).(x^3-4x^4-3x^6+5)$ işlemi yapıldığında x^7 li terimin kat sayısı nedir?

• Hepsini tek tek çarpmaya gerek yok. x^7 li terim hangi terimlerin çarpımından geliyorsa onları çarpmalıyız.

$(x^4-3x^2-5x^3-4x+1).(x^3-4x^4-3x^6+5)$

$x^7+20x^7+12x^7$

$=33x^7$

cevap: 33

• **Polinomlarda bölme:**

P(x) polinomunun Q(x) polinomuna bölünmesinde elde edilen bölüm B(x), kalan K(x) oluyorsa

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline & B(x) \\ - \\ K(x) & \end{array}$$

$P(x)=Q(x).B(x)+K(x)$ dir.

• Kalan sıfırsa P(x), Q(x) polinomuna tam olarak bölünüyor demektir ya da Q(x), P(x) in bir çarpanıdır.

27) $\dfrac{a^8+4a^2-8}{a^2+2}$ işleminin sonucu nedir?

$$\begin{array}{l|l} a^8+4a^2-8 & a^2+2 \\ \hline -/a^8+2a^6 & a^6-2a^4+4a^2-4 \\ -2a^6+4a^2-8 & \\ -/-2a^6-4a^4 & \\ 4a^4+4a^2-8 & \\ -/4a^4+8a^2 & \\ -4a^2-8 & \\ -/-4a^2-8 & \\ 0 & \end{array}$$

28) x^3+x+1 polinomunun $x-1$ ile bölümünde elde edilen bölüm ve kalanı bulunuz?

$$\begin{array}{l|l} x^3+x+1 & x-1 \\ \hline -/x^3-x^2 & x^2+x+2 \text{ (bölüm)} \\ x^2+x+1 & \\ -/x^2-x & \\ 2x+1 & \\ -/2x-2 & \\ 3 \text{ (kalan)} & \end{array}$$

29) $P(x)=x^3+5x^2+5x+27$ polinomu $\varphi(x)$ polinomu ile bölündüğünde bölüm $(x+5)$ olduğuna göre kalan nedir?

$$\begin{array}{l|l} x^3+5x^2+5x+27 & \varphi(x) \\ \hline - & x+5 \\ \hline k & \end{array}$$

$x^3+5x^2+5x+27=\varphi(x).(x+5)+k$

$x=-5$ için

$-125+125-25+27=k$

$\Rightarrow k=2$

30) Bir $P(x)$ polinomu için

$x^3+ax-8=(x-2).P(x)$ olduğuna göre $P(2)$ nin değeri nedir?

$x=2$ için $8+2a-8=0 \Rightarrow a=0$

$x^3-8=(x-2).P(x)$

$\Rightarrow P(x)=\dfrac{x^3-8}{x-2}$

$$\begin{array}{l|l} x^3-8 & x-2 \\ \hline -/x^3-2x^2 & x^2+2x+4 \\ \hline 2x^2-8 & \\ -/2x^2-4x & \\ \hline 4x-8 & \\ -/4x-8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$P(x)=x^2+2x+4$

$P(2)=4+4+4$

$P(2)=12$

• $P(x)$ polinomunun $(ax+b)$ ile bölümünden elde edilen kalanın bulunması:

$P(x)$ pol. $(ax+b)$ ile bölümünden kalan bulunurken $ax+b=0$

$x=-\dfrac{b}{a}$ değeri $P(x)$ polinomunda yerine yazılır.

• $P(x)$ polinomunun $(x-1)$ ile bölümünden kalan:

$P(x)$ polinomunda $x-1=0 \Rightarrow x=1$

$P(1)$

• $P(x+2)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan:

$P(x+2)$ polinomunda $x-3=0 \Rightarrow x=3$

$P(5)$

• $P(x-3)$ polinomunun $(x-7)$ ile bölümünden kalan:

$P(x-3)$ polinomunda $x-7=0 \Rightarrow x=7$

$P(4)$

31) $P(x+2)=2x^3+10x^2-3x+15$ olarak verildiğine göre $P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan nedir?

$P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan $P(2)$ dir.

$P(x+2)=2x^3+10x^2-3x+15$
$\downarrow$
0

$P(2)=15$

32) $\frac{P(x-2)}{Q(x)} = x^2 - x - 2$ bağıntısı veriliyor.

$Q(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre $P(x+2)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan nedir?

$Q(3) = 3$

$P(1) = ?$

$x = 3$ için $\frac{P(1)}{Q(3)} = 9 - 3 - 2$

$\frac{P(1)}{3} = 4 \Rightarrow P(1) = 12$

33) $P(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x + 1) . Q(x) + x + 1$ bağıntısında $Q(x)$ bir polinomdur. $P(x)$ in $(x-1)$ ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre $Q(x)$ in $(x-1)$ ile bölümündeki kalan nedir?

$P(1) = 5$

$Q(1) = ?$

$x = 1$ için $P(1) = Q(1) + 2$

$5 = Q(1) + 2 \Rightarrow Q(1) = 3$

34) $Q(x) = x^3 + 5x^2 + px - 8$ polinomunun çarpanlarından biri $(x-2)$ olduğuna göre p nin değeri nedir?

$Q(x)$ in bir çarpanı $(x-2)$ ise kalan sıfırdır yani $Q(2) = 0$ dır.

$Q(2) = 8 + 20 + 2p - 8 = 0$

$2p = -20 \Rightarrow p = -10$

35) $P(x-3) = x^2 - ax + 3$ polinomu veriliyor. $P(2x+1)$ polinomunun $(x-1)$ ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre a nedir?

$P(3) = 3$

$x = 6$ için $P(3) = 36 - 6a + 3$

$39 - 6a = 3$

$6a = 36$

$a = 6$

36) $P(x) = ax^3 + bx^2 + 4x - 1$ polinomu $(x-1)$ ve $(x+1)$ ile kalansız olarak bölünüyor. Buna göre b nin değeri nedir?

$P(1) = 0$

$P(-1) = 0$

$x = 1$ için $a + b + 4 - 1 = 0 \Rightarrow a + b = -3$

$x = -1$ için $-a + b - 4 - 1 = 0 \Rightarrow -a + b = 5$

$+$

$2b = 2$

$b = 1$

37) $P(x) = 2x^3 - (m+1)x^2 - nx + 3m - 1$ polinomu $x^2 - x$ ile tam bölünebildiğine göre $m - n$ nedir?

$x.(x-1)$ ile tam bölünebildiğine göre

$P(0) = 0$

$P(1) = 0$

$x = 0$ için $3m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$

$x = 1$ için $2 - (m+1) - n + 3m - 1 = 0$

$\cancel{1} - m - \cancel{1} - n + 3m = 0$

$2m - n = 0$

$n = 2m \Rightarrow n = \frac{2}{3}$

$m - n = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

38) İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu verilsin.

$P(-3) = P(2) = 0$ olduğuna göre $\frac{P(3)}{P(1)}$ oranı nedir?

$P(x) = a.(x+3).(x-2)$

$P(3) = a.6.1$

$P(1) = a.4.(-1)$

$\frac{P(3)}{P(1)} = \frac{6a}{-4a} \Rightarrow \frac{P(3)}{P(1)} = -\frac{3}{2}$

39) $P(x)$ üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonu olmak üzere

$P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$

$P(0) = 2$

olduğuna göre $P(1)$ nedir?

$P(x) = a.(x+4).(x+3).(x-5)$

$x=0$ için $a.4.3.-5 = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{30}$

$P(x) = -\frac{1}{30}.(x+4).(x+3).(x-5)$

$\Rightarrow P(1) = -\frac{1}{30}.5.4.(-4) \Rightarrow P(1) = \frac{80}{30} = \frac{8}{3}$

40) Katsayılar toplamı -2 olan bir $P(x)$ polinomunun $(x+3)$ ile bölümünden kalan -10 dur. Buna göre $P(x)$ polinomunun x^2+2x-3 ile bölümünden kalan nedir?

$P(1) = -2$

$P(-3) = -10$

$P(x) = (x+3).(x-1).B(x) + mx+n$

$x=1$ için $\Rightarrow$ $-1 / m+n = -2$

$x=-3$ için $\Rightarrow$ $-3m+n = -10$

$+$

$-4m = -8 \Rightarrow m = 2$ ve $n = -4$

kalan: $mx+n = 2x-4$

41) $P(x)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan 5, $P(x+1)$ polinomunun $(x-1)$ ile bölümünden kalan -4 olduğuna göre $P(x)$ in (x^2-x-2) ile bölümünden kalan nedir?

$P(-1) = 5$

$P(2) = -4$

$P(x) = (x+1).(x-2).B(x) + mx+n$

$x=-1$ için $-1 / -m+n = 5$

$x=2$ için $2m+n = -4$

$m - n = -5$

$2m + n = -4$

$+$

$3m = -9 \Rightarrow m = -3$

$n = 2$

kalan: $mx+n$

$= -3x+2$

42) Bir polinomun $(x-2)^2$ ile bölümünden kalan $3x+8$ olduğuna göre, bu polinomun $(x-2)$ ile bölümünden kalan nedir?

$P(x) = (x-2)^2.B(x) + \underbrace{3x+8}$

kalanı $(x-2)$ ye bölmeliyiz.

$$\begin{array}{r|l} 3x+8 & x-2 \\ -/\ 3x-6 & 3 \\ \hline 14 & \end{array}$$

kalan

43) $P(x)$ polinomunun $(x+1)^3$ ile bölümünden kalan x^2-6x+3 olduğuna göre $P(x)$ in $(x+1)^2$ ile bölümünden elde edilen kalan nedir?

$P(x) = (x+1)^3.B(x) + x^2-6x+3$

$$\begin{array}{r|l} x^2-6x+3 & x^2+2x+1 \\ -/\ x^2+2x+1 & 1 \\ \hline -8x+2 & \end{array}$$

kalan: $-8x+2$

- **$P(x)$ polinomunun (x^n-a) ile bölümünden kalanın bulunması:**

$x^n - a = 0 \Rightarrow x^n = a$ yazılır.

44) $P(x) = 3.x^{36} - 5.x^{18} - 4$ polinomunun $(x^9+\sqrt{3})$'e bölümündeki kalan nedir?

$x^9+\sqrt{3} = 0 \Rightarrow x^9 = -\sqrt{3}$

$P(x) = 3.(x^9)^4 - 5.(x^9)^2 - 4 = 3.(-\sqrt{3})^4 - 5.(-\sqrt{3})^2 - 4$

$= 27 - 15 - 4 = 8$

45) $P(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 + ax$ polinomunun (x^2+1) ile kalansız bölünebilmesi için a kaç olmalıdır?

$x^2 = -1$ yazılır.

$P(x) = (x^2)^2 + \frac{1}{2}x^2.x + x^2 + ax$

$1 - \frac{x}{2} - 1 + ax = 0$

$ax = +\frac{x}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

46) x^4+px^2+q polinomunun x^2+x+1 ile tam bölünebilmesi için p ve q hangi değerleri almalıdır?

$x^2=-x-1$ yazılır.

$(x^2)^2+p\cdot(x^2)+q=0$

$(-x-1)^2+p\cdot(-x-1)+q=0$

$x^2+2x+1-px-p+q=0$

$\Downarrow$

$-x-1$

$-x-\cancel{1}+2x+\cancel{1}-px-p+q=0$

$x-px-p+q=0$

$x\underbrace{(1-p)}_{0}+\underbrace{(-p+q)}_{0}=0 \Rightarrow p=1$

$q=1$

☺☺ P(x) polinomunun $(x-a)^n$ ile tam bölünebilmesi için

$P(a)=0$

$P'(a)=0$

$P''(a)=0$

$\vdots$

$P^{(n-1)}(a)=0$ dır.

47) $P(x)=x^4+ax^2-bx+3$ polinomunun $(x+1)^2$ ile tam bölünebilmesi için a ve b kaç olmalıdır?

$P(-1)=0$

$P'(-1)=0$

$x=-1$ için $1+a+b+3=0 \Rightarrow a+b=-4$

$P'(x)=4x^3+2ax-b$

$x=-1$ için $-4-2a-b=0 \Rightarrow 2a+b=-4$

$^{-1}/\ a+b=-4$

$2a+b=-4$

$a=0$

$b=-4$

48) $P(x)=ax^4+4x^3-3x^2+bx+c$ nin iki katlı bir kökü $x=2$ olduğuna göre a ile b arasındaki bağıntı nedir?

$P(2)=0$

$P'(2)=0$

$P'(x)=4ax^3+12x^2-6x+b$

$P'(2)=0$ ise

$32a+48-12+b=0$

$32a+b+36=0$